你不理财 财不理你
你若理财 统计帮您

主持人语

“统计理财”栏目开办半年以来，得到了许多同志、朋友、师长实际的、道义上的大力支持。我们在约稿时了解到，统计方法确实在股市、邮市、汇市、收藏等投资领域应用广泛，一些作者还为办好该栏目提出了很多好建议。著名统计学家黄良文教授在慷慨赐稿时来信予以热情鼓励和指导。

黄教授写到：我认为这个主意很好，举办这个栏目不但可以扩大宣传投资理财知识，而且也使统计方法开辟崭新的领域，纠正长期存在的、认为统计只是为了填几张报表、计算几个指标的狭隘观念。统计在市场经济里应该有更大的作为，金融领域的统计方法的应用正是全世界都在关注和研究的课题。办好“统计理财”栏目，我体会是否可以考虑几点：

1. 突出统计方法的应用。把投资理财问题的提出和解决融入到数量分析方法的展开过程。投资理财问题有的属于理论方法性问题，有的属于政策性问题，有的属于实务性问题。我们着重于第一类问题。

2. 针对当前大家在投资理财方面感兴趣、热点讨论的问题。满足读者的需要仍是第一位的要求，有的方法虽然很简单，但问题很重要，有的则是读者等待要解决的问题，我们要多搜集这方面的题材。

3. 是普及性的、不是学术性的，但是通俗不等于肤浅。我希望能够用平易的语言或实例来说明一些重要的道理，或得出某种对大家都感兴趣或有启发的结论。

黄教授表示，可以组织一些关于股市、债券、基金以及其他衍生金融产品的投资分析文章。

黄教授的想法可谓与我们不谋而合。名家座堂，读者之福。在此，我们和读者先谢过黄教授。

“统计理财”的“老”作者和未来的作者，让我们共同努力，为广大读者配制一道道精美大餐。

统计与投资风险

杨 扬 黄良文/文

统计广泛地渗透到各门学科，金融投资领域也不例外，大量地应用了统计基本理论和方法。1952 年马科维茨发表了著名的论文《投资组合选择》，为现代投资学的发展奠定了基础，也为统计方法的应用开辟了崭新的领域。

1. 用什么衡量投资风险

风险是我们所关心的方面的不确定性。具体到金融投资，我们最关心的是收益率，因此收益率的不确定性就是我们认为的投资风险。如果我们知道未来某一时段的收益率的分布如下：

事件	收益率	发生概率
1	r_1	P_1
2	r_2	P_2
…	…	…
n	r_n	P_n

可以计算均值 $E(r)=\sum_{i=1}^{n} r_i p_i$，这是统计中描述集中趋势的指标，用来代表未来预期收益率。可以计算方差 $\sigma^2=E\,[r_i-E(r)]^2=\sum_{i=1}^{n}[r_i-E(r)]^2\cdot p_i$，这是统计中描述离中趋势的指标，用它可以表示收益率的不确定性。

往往不能准确了解未来某一时段的收益率的分布，我们可以用包含一定信息的历史数据来反映未来。收益按来源可分为红利和资本性收益(买卖价差)，但我国上市公司红利很少，可以用资本收益率近似替代收益率(或做相关的调整)。

天(周、月等的时间段)	开盘价(P_o)	收盘价(P_c)	收益率(r_i)	发生概率
1	P_{o1}	P_{c1}	$(P_{c1}-P_{o1})/P_{o1}$	1/n
2	P_{o2}	P_{c2}	$(P_{c2}-P_{o2})/P_{o2}$	1/n
…	…	…	…	…
n	P_{on}	P_{cn}	$(P_{cn}-P_{on})/P_{on}$	1/n

应用等概率抽样选取连续 n 天(周、月等)的数据为样本(如上表)，计算样本均值和样本方差：

$$E(r)=\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{n} \qquad s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i-r)^2}{n-1}$$

前者可作为总体期望的估计，后者可作为总体方差 σ^2 的估计。

具体每种股票的预期收益和方差我们都可以根据实际的资料，采用以上方法来计算。

用方差(标准差)作为风险的测度，常会被人们质疑：为什么将高于预期回报率收益的偏差也考虑进风险测度?为什么不仅仅考虑预期回报率以下的偏差?事实上，以标准差作为风险的测度，包含了一个假定，即未来收益作为随机变量，其分布是对称的(服从正态分布)。这样一来，基于方差(标准差)测度风险和基于低于预期回报率的偏差计算的风险的大小关系就会保持一致性。因此使用方差(标准差)测度风险在这个意义上也是合理的。

2.投资组合的风险

投资组合是指把一定的资金投入到不同的证券而构成的一种投资结构。根据统计中数学期望的运算规则和对单个证券的收益及风险的估计结果，我们可以计算投资组合的期望收益和方差。假设投资者投资于 m 种证券的比例分别为 X_1，X_2，∧，X_m，(它们的和为1)则

$$E(r_p)=E(x_1r_1+x_2r_2+\wedge+x_mr_m)=x_1E(r_1)+x_2E(r_2)+\wedge+x_mE(r_m)$$

风险 $\sigma_p^2=E[r_p-E(r_p)]^2=E[x_1(r_1-E(r_1))+\wedge+x_m(r_m-E(r_m))]^2$

$$=\sum_{i=1}^{m}x_i^2\sigma_i^2+\sum_{i=1}^{m}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m}x_ix_j\operatorname{cov}(r_i,r_j)$$

上式中的 $\operatorname{cov}(r_i,r_j)$ 表示两种证券的协方差，也可以用样本来估计总体方差，计算式为 $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i-E(r_i)][r_j-E(r_j)]$

3.组合投资对风险的影响

通过组合到底对投资风险产生什么样的影响呢?我们先以两种证券的组合来举例说明。假设有两种证券收益和方差的情况如下：

	1	2
r	0.1	0.06
σ	0.15	0.07

证券 1 的收益大，但其风险也相应的比较大；证券 2 的收益小，风险也小。如果只是投资于单一证券，我们则很难在证券 1 和 2 之间进行取舍。现在让我们采取组合方式投资于一定比例的证券 1 和证券 2，看看组合的风险会发生什么样的变化。根据第二部分，两种证券组合的风险的计算式：

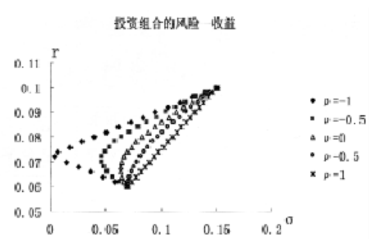
$$\sigma_p^2=x_1^2\sigma_1^2+x_2^2\sigma_2^2+2x_1x_2\operatorname{cov}(r_1,r_2)=x_1^2\sigma_1^2+x_2^2\sigma_2^2+2x_1x_2\rho\sigma_1\sigma_2$$

(ρ 是统计中的线性相关系数，它表示 r_1，r_2 的线性相关关系，具体计算式为 $\frac{\operatorname{cov}(r_1,r_2)}{\sigma_1\sigma_2}$)

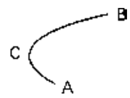
选定相关系数 -1、-0.5、0、0.5、1，改变投资组合比例，计算期望收益和方差列表如下：

x_1	r	σ(ρ=−1)	σ(ρ=−0.5)	σ(ρ=0)	σ(ρ=0.5)	σ(ρ=1)
0	0.06	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07
0.05	0.062	0.059	0.063085	0.066922	0.07055	0.074
0.1	0.064	0.048	0.057	0.064761	0.071687	0.078
0.15	0.066	0.037	0.052036	0.063612	0.073384	0.082
…	…	…	…	…	…	…
0.95	0.098	0.139	0.140783	0.142543	0.144282	0.146
1	0.1	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

第一行表示完全持有收益小风险小的证券 2，接下来逐渐减少证券 2 的比例，直到完全持有证券 1。根据计算的期望收益、标准差值，绘制散点图如下：



观察上图可以发现这些散点经过固定的两点(0.07，0.06)、(0.15，0.1)，它们分别代表完全持有证券 2 和完全持有证券 1。改变组合比例的过程也就是从下面一点沿散点曲线逐渐向上面一点移动的过程。在这个过程中，组合的期望收益是不断增大的，而风险在开始移动的一段距离内却有减少的趋势。当期望收益大到一定程度时，组合的风险达到最小。(对不同的 ρ 情况有所不同，ρ 越小组合风险的最小值越小，ρ =-1 时甚至可以到0。)继续加大证券 1 在组合中的比例，期望收益增大的同时，风险也增大。现实中两种股票完全正相关和完全负相关的情况几乎不存在，因此下面的讨论只考虑 -1 ＜ρ＜1 的情况。用光滑的曲线拟合散点，最小标准差点我们记为 C，A、B 分别表示只投资于证券 2、1。通过组合我们就不会选择只投资于证券 2 了，因为在 A — C 段中 C 点有最大期望收益和最小风险，所以这一段中我们只会选择 C 点来投资。可以认为 A — C 段是通过组合比例的调整不断分散投资风险的过程。



通过对两种证券组合的分析，我们能够看出组合具有分散风险的效果，但两种所有可能的期望收益——标准差的对应点都分布在一条线上，也就是一个投资比例只对应一个期望收益结果。如果是多种证券情况会怎样呢?举一个三种证券的例子给予说明。假设三种证券的期望收益分别为 5%、10%、15%，收益的协方差矩阵为：

$$\begin{bmatrix}0.25 & 0.15 & 0.17\\ 0.15 & 0.21 & 0.09\\ 0.17 & 0.09 & 0.28\end{bmatrix}$$

该矩阵对角线上的元素表示单个证券的方差，非对角线上的元素表示证券间两两的协方差。根据期望收益的计算公式，如果想获得 10% 的期望收益，可以完全投资于证券 2，即投资比例(0，1，0)；也可以不投资于证券 2，而等比例的投资于另外两种证券，即比例为(0.5，0，0.5)；还可以一部分投资于证券 2，剩下的部分等比例的投资于另两种证券，考虑一种情况(0.25，0.5，0.25)。根据方差的计算公式我们计算出三种情况下的风险分别为：

$\sigma_{p1}^2=0.21$　　$\sigma_{p2}^2=0.2175$　　$\sigma_{p3}^2=0.1669$

上面计算结果表明：(1)组合可能会分散风险，也可能会加大风险，选取恰当的投资比例是能否分散风险的关键；(2)所有可能的期望收益—标准差对应点分布在一个区域内，即同一期望收益水平可以通过多种证券组合来实现，这些组合中存在一个风险最小的。

在国外允许卖空的市场上(投资比例中可以出现负数)，通过组合甚至可以使得期望收益高于三种中任一证券的期望收益而风险小于任一证券的风险。对于超过 3 种的多种证券的组合，我们也可以得到同样的结论。如果不是利用统计知识对投资组合风险的实际分析，投资组合的这种“威力”恐怕是我们难以想象的。

统计知识的利用使我们意识到组合有分散风险的效果，恰当的组合能减少投资的盲目性。如果能进一步了解马科维茨计算所有证券组合最小风险投资组合比例的数理模型，并以该模型的实际计算结果为依据来投资就可能成为稳健的投资者。

(作者单位：厦门大学)